第42卷第3期
2010年9月
郑州大学学报(理学版)
J.Zhengzhou Univ.(Nat.Sci.Ed.)
Vol.42 No.3
Sep. 2010

不确定时滞脉冲切换系统的保性能控制

毛北行[1]， 慕小武[2]， 卜春霞[2]

(1.郑州航空工业管理学院 数理系 河南 郑州 450015;2.郑州大学 数学系 河南 郑州 450001)

摘要：研究了一类参数不确定性和定常时滞的连续的脉冲切换系统在任意切换下的保性能控制问题.利用Lyapunov稳定性理论与线性矩阵不等式方法,给出了连续的脉冲切换系统的保性能控制器存在的充分条件,并把这个条件转化为一个线性矩阵不等式,便于实现.

关键词：脉冲切换系统；保性能控制；时滞

中图分类号：O 231.1　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1671－6841(2010)03－0007－04

0 引言

切换系统是一类重要的混杂系统,它是由一系列子系统和一定的切换规则构成,其中的子系统可能是稳定的,也可能是不稳定的,切换系统具有这样的性质:既使每一个子系统都是不稳定的,通过构造切换规则,也可以保证系统的稳定性,反之,既使每一个子系统稳定,切换规则选得不合适,系统也可能不稳定.切换系统已经引起了控制界的广泛关注并且已取得了很多成果[1-4].另一方面,脉冲现象普遍存在于工业生产中,近年来,脉冲动态系统的稳定性问题已经存在较多成果.文献[5]应用Lyapunov函数直接研究了一类脉冲切换系统的鲁棒指数稳定性问题.文献[6]利用Lyapunov函数研究了一类扰动的脉冲切换系统的鲁棒 H_∞ 问题,但两者均没有考虑时滞和不确定性.文献[7]针对具有不确定性和状态滞后的连续系统,提出了无记忆状态反馈和静态输出反馈保性能控制,给出了保性能控制律存在的充分条件.

不确定性和时滞是引起系统不稳定和性质变坏的主要因素,因此不确定性和时滞对系统的控制性能产生巨大影响.文献 [8]研究了具有时滞的不确定离散脉冲切换系统的保性能控制问题,但讨论的是离散系统,本文将对具有时滞和不确定性的连续脉冲切换系统的保性能控制问题进行研究,给出了系统存在保性能控制器的充分条件.

1 问题描述

考虑以下具有定常时滞和不确定性的连续脉冲切换系统

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=(A_i+\Delta A_i)x(t)+(B_i+\Delta B_i)x(t-d)+C_iu(t),t\neq t_k,\\ \Delta x(t_k)=x(t_k^+)-x(t_k^-)=E_kx(t_k),t=t_k,\\ x(t)=x(t_0)=x_0,t=t_0=0,\end{cases} \tag{1}$$

其中,$x(t)\in\mathbf{R}^n$ 是状态向量;$u(t)\in\mathbf{R}^m$ 是控制输入向量;$\Delta x(t)$是切换脉冲;E_k 是脉冲矩阵,只与切换前后2个子系统有关,与切换时刻无关,当切换规则一定,它是一系列实常矩阵,

$$x(t_k^-)=\lim_{h\to0^+}x(t_k-h),x(t_k^+)=\lim_{h\to0^+}x(t_k+h),$$

其中,A_i,B_i,C_i 是常数矩阵,$\Delta A_i,\Delta B_i$ 是未知矩阵,且假设其具有形式

$$[\Delta A_i,\Delta B_i]=M_i\Gamma_i[\mathrm{F}_i,H_i], \tag{2}$$

其中,M_i,F_i,H_i 是已知适当维数的实矩阵,不确定参数矩阵 Γ_i 是满足 $\Gamma_i^{\mathrm{T}}\Gamma_i<I$ 的未知实矩阵,I 是适当维数的单位矩阵.

收稿日期：2009－09－07
基金项目：航空科学基金资助项目,编号2008ZE55004;郑州航空工业管理学院青年基金资助项目,编号Q08SL003.
作者简介：毛北行(1976－),男,副教授,硕士,主要从事非线性系统研究,E-mail:maobeixing329@zzia.edu.cn.

系统(1)的性能指标定义为

$$J=\int_0^{\infty}(x(t)^{\mathrm{T}}Q_ix(t)+u(t)^{\mathrm{T}}R_iu(t))\mathrm{d}t, \tag{3}$$

其中,Q_i,R_i 是给定的对称正定矩阵.

反馈控制律为

$$u(t)=K_ix(t), \tag{4}$$

其中,K_i 是待定的反馈增益矩阵,闭环系统为

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=\overline{A}_ix(t)+\overline{B}_ix(t-d),t\neq t_k,\\ \Delta x(t_k)=x(t_k^{+})-x(t_k^{-})=E_kx(t_k),t=t_k,\\ x(t)=x(t_0)=x_0,\end{cases} \tag{5}$$

其中,$\overline{A}_i=A_i+M_i\Gamma_iF_i+C_iK_i$,$\overline{B}_i=B_i+M_i\Gamma_iH_i$.

问题表述如下:对系统(1),在性能指标(3)的要求下,设计一个无记忆状态反馈控制律(4),对所有允许的不确定性,闭环(5)是渐近稳定的,且存在 $J^{*}>0$ 使得性能指标 $J\leqslant J^{*}$.

引理1 给定适当维数的矩阵 Y,D 和 E,F,则 $Y+DFE+E^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}D^{\mathrm{T}}<0$ 对所有满足 $FF^{\mathrm{T}}\leqslant I$ 的矩阵 F 成立,当且仅当存在一个常数 $\lambda>0$,使得 $Y+\lambda DD^{\mathrm{T}}+\lambda^{-1}E^{\mathrm{T}}E<0$.

引理2(**Schur 补引理**) 设 A,B,C 为适当维数的矩阵,则下面3个式子等价:

1) $A<0$,$C-B^{\mathrm{T}}A^{-1}B<0$;

2) $C<0$,$A-B^{\mathrm{T}}C^{-1}B<0$;

3) $\begin{bmatrix}A & B\\ B^{\mathrm{T}} & C\end{bmatrix}<0$.

2 主要结果

定理1 若存在正定矩阵 P_i,满足矩阵不等式

$$\begin{bmatrix}\Psi & P_iB_i\\ B^{\mathrm{T}}P_i & \lambda_2H_i^{\mathrm{T}}H_i\end{bmatrix}<0, \tag{6}$$

其中,

$$\Psi=P_i(A_i+C_iK_i)+(A_i+C_iK_i)^{\mathrm{T}}P_i+(\lambda_1^{-1}+\lambda_2^{-1})P_iM_i^{\mathrm{T}}M_iP_i+\lambda_1F_i^{\mathrm{T}}F_i+Q_i+K_i^{\mathrm{T}}P_iK_i,$$

$$\begin{bmatrix}-P_i & (I+E_k)P_j\\ P_j(I+E_k) & -P_j\end{bmatrix}<0, \tag{7}$$

则对应闭环性能指标,$J\leqslant J^{*}=x_0^{\mathrm{T}}P_{i_0}x_0$,且形如(4)的控制律是(1)的一个状态反馈保性能控制律.

证明 定义指标函数:$\xi(t)=[\xi_1,\cdots,\xi_N]^{\mathrm{T}}$,

$$\xi_i(t)=\begin{cases}1,\text{当切换系统由第 } i \text{ 个子系统描述}\\ 0,\text{其他}\end{cases}$$

取 Lyapunov 函数 $V(x(t))=x^{\mathrm{T}}(t)P(\xi(t))x(t)$,$P(\xi(t))=\sum_{i=1}^{N}\xi_i(t)P_i$.

当 $t\in(t_k,t_{k+1})$时,不妨设子系统 i 是激活的,则 $V(x(t))$沿系统求导

$$\begin{aligned}\dot{V}(x(t))&=x^{\mathrm{T}}(t)P_i[\overline{A}_ix(t)+\overline{B}_ix(t-d)]+[\overline{A}_ix(t)+\overline{B}_ix(t-d)]^{\mathrm{T}}P_ix(t)\\&=x^{\mathrm{T}}(t)[P_i(A_i+C_iK_i)+(A_i+C_iK_i)^{\mathrm{T}}P_i]x(t)+\\&\quad 2x^{\mathrm{T}}(t)P_iM_i\Gamma_iF_ix(t)+2x^{\mathrm{T}}(t)P_i(B_i+M_i\Gamma_iH_i)x(t-d).\end{aligned}$$

利用引理1,有

$$2x^{\mathrm{T}}(t)P_iM_i\Gamma_iF_ix(t)\leqslant\lambda_1^{-1}x^{\mathrm{T}}(t)P_iM_iM_i^{\mathrm{T}}P_ix(t)+\lambda_1x^{\mathrm{T}}(t)F_i^{\mathrm{T}}F_ix(t),$$

$$2x^{\mathrm{T}}(t)P_iM_i\Gamma_iH_ix(t-d)\leqslant\lambda_2^{-1}x^{\mathrm{T}}(t)P_iM_iM_i^{\mathrm{T}}P_ix(t)+\lambda_2x^{\mathrm{T}}(t-d)H_i^{\mathrm{T}}H_ix(t-d),$$

$$\dot{V}(x(t))\leqslant\begin{bmatrix}x(t)\\ x(t-d)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\overline{\Psi} & P_iB_i\\ B_i^{\mathrm{T}}P_i & \lambda_2H_i^{\mathrm{T}}H_i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ x(t-d)\end{bmatrix},$$

其中，

$$\overline{\Psi}=P_i(A_i+C_iK_i)+(A_i+C_iK_i)^{\mathrm T}P_i+(\lambda_1^{-1}+\lambda_2^{-1})P_iM_i^{\mathrm T}M_iP_i+\lambda_1F_i^{\mathrm T}F_i.$$

由不等式(6)得

$$\dot V(x(t))\leqslant -x^{\mathrm T}(t)[Q_i+K_i^{\mathrm T}P_iK_i]x(t)<0. \tag{8}$$

当 $t=t_k$ 时，不妨设系统从子系统 i 切换到 j，

$$V(t_k^+)-V(t_k)=x^{\mathrm T}(t_k^+)P_ix(t_k^+)-x^{\mathrm T}(t_k)P_jx(t_k),$$

由不等式(7)，得

$$V(t_k^+)-V(t_k)\leqslant 0.$$

从而对所有允许的不确定性，闭环(5)是渐近稳定的．下面求(1)的性能上界．

由(8)两边求积分，得

$$\begin{aligned}J&=\lim_{\rho\to\infty}\sum_{k=0}^{\rho}\int_{t_k^+}^{t_{k+1}}x^{\mathrm T}(t)[Q_i+K_i^{\mathrm T}P_iK_i]x(t)\mathrm dt\\&\leqslant -\lim_{\rho\to\infty}\sum_{k=0}^{\rho}\int_{t_k^+}^{t_{k+1}}\dot V(t)\mathrm dt\\&=\lim_{\rho\to\infty}\{-V(0)+\sum_{k=1}^{\rho}[V(t_k^-)-V(t_k^+)]+V(t_{\rho+1}^-)\}.\end{aligned}$$

由脉冲时刻 Lyapunov 函数的左连续性，$V(t_k^+)-V(t_k)\leqslant 0$ 以及 $\lim\limits_{\rho\to\infty}V(t_{\rho+1}^-)=0$，易得 $J\leqslant V(0)=J^*$．

定理2　如果存在矩阵 X_i,W_i，使得下面的矩阵不等式成立，

$$\begin{bmatrix}\overline{\Psi} & B_i & X_iF_i^{\mathrm T} & X_i & W_i\\ B_i^{\mathrm T} & \lambda_2H_i^{\mathrm T}H_i & 0 & 0 & 0\\ F_iX_i & 0 & -\lambda_1^{-1}I & 0 & 0\\ X_i & 0 & 0 & Q_i^{-1} & 0\\ W_i & 0 & 0 & 0 & R_i^{-1}\end{bmatrix}<0, \tag{9}$$

其中，

$$\overline{\Psi}=P_i(A_i+C_iK_i)+(A_i+C_iK_i)^{\mathrm T}P_i+(\lambda_1^{-1}+\lambda_2^{-1})P_iM_i^{\mathrm T}M_iP_i+\lambda_1F_i^{\mathrm T}F_i,$$

$$\begin{bmatrix}-P_i & (I+E_k)P_j\\ P_j(I+E_k) & -P_j\end{bmatrix}<0, \tag{10}$$

则对应的闭环性能指标 $J\leqslant J^*=x_0^{\mathrm T}P_{i_0}x_0$，且 $u(t)=W_iX_i^{-1}x(t)$ 是系统的一个状态反馈保性能控制律．

证明　利用 Schur 补引理2，矩阵不等式(6)可以改写为

$$\begin{bmatrix}\overline{\Psi} & P_iB_i & F_i^{\mathrm T} & I & K_i^{\mathrm T}\\ B_i^{\mathrm T}P_i & \lambda_2H_i^{\mathrm T}H_i & 0 & 0 & 0\\ F_i & 0 & -\lambda_1^{-1}I & 0 & 0\\ I & 0 & 0 & Q_i^{-1} & 0\\ K_i & 0 & 0 & 0 & R_i^{-1}\end{bmatrix}<0,$$

将不等式两边分别左乘、右乘以矩阵 $\mathrm{diag}\{P_i^{-1},I,I,I,I\}$，并记

$$X_i=P_i^{-1},W_i=K_iP_i^{-1},$$

即可得矩阵不等式(9)．

3　结束语

本文研究了连续的不确定时滞脉冲切换系统的保性能控制问题，得到系统存在保性能控制器存在的一个充分条件，求出了保性能控制律和性能上界，并最终得到一个线性的矩阵不等式．本文同时考虑了不确定和时滞因素带来的影响，结果更具一般性．

参考文献:

[1] Libezon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1999, 19(5): 59-70.

[2] Daafouz J, Riedinger P, Iung C. Stability analysis and control synthesis for switched systems: a switched Lyapunov function approach [J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 2002, 47(11): 1302-1310.

[3] Lee S H, Kim T H, Lim J T. A new stability analysis of switched systems [J]. Automatic, 2000, 36(6): 917-922.

[4] Rober T S, Kumputi S N, Oliver M. A result on common quadratic Lyapunov functions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(1): 110-113.

[5] 许弘雷,刘新芝.一类受扰动脉冲切换系统鲁棒指数稳定[J].控制理论与应用,2004,23(11):14-16.

[6] 张红涛,刘新芝.关于一类脉冲切换系统的鲁棒控制[J].控制理论与应用,2004,21(2):261-266.

[7] 俞立.不确定离散系统的最优保性能控制[J].控制理论与应用,1999,16(5):639-642.

[8] 秦婧文,高睿,刘新芝.具有时滞的不确定离散脉冲切换系统的保性能控制问题研究[J].山东大学学报:理学版,2009,44(5):56-61.

[9] 俞立.鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法[M].北京:清华大学出版社,2002.

[10] 裴冀南.具有时滞的线性系统的渐近稳定[J].四川师范大学学报:自然科学版,2001,24(2):151-153.

[11] 方建印,王利萍,丛梅艳.一类不确定非线性离散时滞性系统的鲁棒镇定问题[J].郑州大学学报:理学版,2006,38(3):10-16.

[12] 卜春霞,郑宝杰,赵安娜.一类不确定时滞系统的 H_∞ 问题[J].郑州大学学报:理学版,2005,37(2):33-37.

[13] 虞继敏,季洁坤,莫玉忠.一类线性扰动中立型不确定系统的 H_∞ 问题[J].郑州大学学报:理学版,2005,37(3):23-27.

Guaranteed Cost Control Problems for a Class of Impulsive Switched System with Time Delay and Uncertain Parameters

MAO Bei-xing[1], MU Xiao-wu[2], BU Chun-xia[2]

(1. *Department of Math and Physics, Zhengzhou Institute of Aeronautical Industry Management, Zhengzhou* 450015, *China*;
2. *Department of Mathematics, Zhengzhou University, Zhengzhou* 450001, *China*)

Abstract: Guaranteed cost control problems are investigated for a discrete impulsive switched system with norm-bounded uncertain parameters and invariant time delays. Based on Lyapunov theory and linear matrix inequality (LMI) techniques, a sufficient condition for the existence of guaranteed cost state feedback controller of impulsive switched system is derived. So it is convenient to be realized.

Key words: impulsive switched system; guaranteed cost control; time delay