

有侧移斜杆刚架的位移法分析

樊友景¹, 刘金蕊²

(1. 郑州大学 土木工程学院 河南 郑州 450001; 2. 清丰县建筑工程质量监督站 河南 清丰 457300)

摘要: 分析了用位移法计算有侧移斜杆刚架所遇到的问题, 给出了确定独立结点线位移通用的简单算法. 运用运动学相对运动的概念, 导出了直接确定弦转角的一种简便方法. 由荷载等效变换的思想导出了斜梁与相应水平梁的固端弯矩相同的结论, 并利用平衡条件和虚功方程推导出了多跨有侧移斜杆刚架与侧移相应的位移法方程的建立方法.

关键词: 斜杆刚架; 弦转角; 固端弯矩; 虚功方程

中图分类号: O 342

文献标识码: A

文章编号: 1671-6841(2010)04-0116-05

0 引言

在对有侧移的带斜杆的刚架进行位移法分析时, 有几个关键的问题: 独立结点线位移的确定; 斜杆的侧移(弦转角)、载常数的确定; 与侧移相应的位移法基本方程的建立. 在结构力学教材^[1-3]中介绍了确定独立结点线位移数目的换铰法, 但有时所得结果是错误的; 文献[4]对斜杆的侧移(弦转角)、载常数的确定, 以及位移法基本方程的建立虽作了讨论, 但不够全面, 也比较复杂.

作者解决了换铰法中存在的问题, 给出了确定独立线位移的简便方法; 不求斜杆的侧移直接确定其弦转角的方法; 利用简单的概念分析, 导出了斜梁固端弯矩计算方法; 给出了多跨有侧移斜杆刚架与侧移相应的位移法方程的建立方法.

1 独立结点线位移的确定

在结构力学教材^[1-3]中介绍了用换铰法确定受弯直杆体系独立的结点线位移数目. 将所有限制转动的约束(刚结点、组合结点、固定支座、定向支座处)都解除, 所得铰结体系的自由度就是原结构独立的结点线位移数目. 用换铰法确定图 1 所示结构的独立结点线位移数目时会出现错误的结果^[5], 问题出在定向支座、可动铰支座处的线位移是否作为位移法基本未知量. 其实, 手算时为了简化计算, 可充分利用已知条件来减少位移法基本未知量的数目. 如已知铰结点、铰支座处的截面弯矩, 则该处的转角可由其他结点位移表示出来, 不再作为基本未知量; 同样图 1 中的剪力静定杆 FB 杆、 BD 杆的剪力是已知的(可由静力平衡条件求出来), 由此 F 处和 D 处线位移由其他结点位移表示出来, 可不作为基本未知量. 于是结构独立结点线位移的数目等于相应的铰结体系的自由度减去剪力静定杆件的数目. 图 1 所示结构相应的铰结体系的自由度为 3, 结构有 2 根剪力静定梁, 故其独立的结点线位移为 $3-2=1$ 个, 即 C 点的水平位移, 用这种方法确定独立结点线位移的数目概念清晰且易于把握.

2 弦转角的确定

由转角位移方程可以看到, 杆端相对侧移 Δ 引起的杆端力与杆件弦转角(弦线的转动, 顺时针转动为正) $\beta = \Delta/l$ 成正比, 其中, l 为杆件长度. 斜杆的侧移 Δ 要画出位移向量图才能分析^[4]. 作者运用运动学相对

运动的概念, 导出了不求杆端相对侧移 Δ , 直接确定弦转角的一种简便方法.

假设经过铰结体系的自由度分析, 已经知道了杆件 AB 两端线位移 Δ_A, Δ_B 方位如图 2 所示. 如果杆件两端线位移不平行, 如图 2(a), 过两端作线位移的垂线, 其交点为转动瞬心 O , 杆件绕瞬心的转角 $\varphi = \Delta_A / a$. 由平面运动理论知: 平面运动可分解为随基点的平动和绕基点的转动两部分运动, 其中绕基点的转动与基点的选取无关. 因此, 首先取瞬心 O 为基点, 绕基点的转角为 φ . 然后取 A 为基点, 绕基点的转角为 β (即弦转角), 故 $\beta = \varphi = \Delta_A / a$.

如果杆件两端线位移平行又不与轴线垂直, 如图 2(b), 瞬心在无穷远处, 则弦转角 $\beta = \Delta_A / \infty = 0$.

如果杆件两端线位移平行并与轴线垂直, 如图 2(c), 则弦转角 $\beta = (\Delta_B - \Delta_A) / l$, 其中, Δ_B, Δ_A 向下为正, 可有一个为零.

在图 1 所示结构中, 独立的结点线位移是 C 点的水平位移 Δ_c (设向右为正). BC 杆的弦转角为 $\beta_{BC} = \Delta_c / l$, EC 杆的弦转角为 $\beta_{EC} = -\Delta_c / a$ (逆时针转动), GC 杆的两杆端位移平行又不与其轴线垂直, 故弦转角为 $\beta_{GC} = 0$.

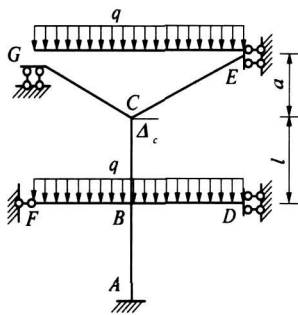


图 1 斜杆刚架

Fig. 1 Diagonal brace frame

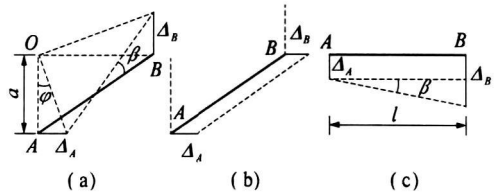


图 2 弦转角分析

Fig. 2 Chord turn angle analysis

3 斜杆的固端弯矩计算

求图 1 中斜杆 CE 的固端弯矩时取图 3(a) 所示的单跨梁计算. 由于不计轴向变形, 故 E 点无线位移, 也无角位移相当于固定端, 所以图 3(a)、(b) 所示单跨梁的固端弯矩是相同的. 文献 [4, 6] 用力法分析斜梁的固端弯矩, 比较麻烦并且也不具有一般性. 下面利用荷载等效变换的思想推导斜梁的固端弯矩.

如梁上受有集中荷载作用, 将梁上荷载 F_P 沿着梁的法向和轴向分解为 F_{P1} 和 F_{P2} , F_{P2} 为轴向荷载不产生固端弯矩, 只有 F_{P1} 产生固端弯矩. $F_{P1} = F_P \cos \alpha$ 垂直于梁, 梁长为 $l' = l / \cos \alpha$, 如图 3(c) 所示, 其固端弯矩为 $M_{EC}^F = F_{P1} l' / 8 = F_P l / 8$, 与图 3(d) 所示的相应水平单跨梁的固端弯矩相同.

如梁上受有沿水平跨度分布的竖向均布荷载 q (图 4(a)), 先将其等效变换成为沿轴线分布的竖向均布荷载 q' , 由静力等效关系可知 $q' = q \cos \alpha$ (图 4(b)). 再将 q' 沿着梁的法向和轴向分解为 q'_1 和 q'_2 , q'_2 为轴向荷载, 不产生固端弯矩, 只有 q'_1 产生固端弯矩. $q'_1 = q' \cos \alpha = q \cos^2 \alpha$ 垂直于梁, 梁长为 $l' = l / \cos \alpha$, 如图 4(c) 所示, 其固端弯矩为 $M_{EA}^F = q'_1 l'^2 / 12 = q l^2 / 12$, 与图 4(d) 所示的相应水平单跨梁的固端弯矩相同.

如梁上荷载为集中力偶 M (图 5(b)), 其固端弯矩为 $M_{AB}^F = Mb(3a-l) / l^2$. 如令 $a = \xi l, b = (1-\xi)l$, 则 $M_{AB}^F = M \frac{b(3a-l)}{l^2} = M \frac{(1-\xi)l(3\xi-1)l}{l^2} = M(1-\xi)(3\xi-1)$.

由此可见, 集中力偶产生的固端弯矩与力偶作用的相对位置有关, 而与杆件的方位无关, 故图 5(a)、(b) 所示单跨梁的固端弯矩是相同的.

由以上分析可以得到: 斜梁与相应的水平梁在竖向荷载作用下的固端弯矩相同.

4 建立位移法方程

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>
 对于单跨斜杆刚架, 建立与侧移相应的位移法基本方程时, 常用隔离体的矩平衡方程. 如图 6(a) 所示刚

架,取图 6(b)所示隔离体通过 $\sum M_o = 0$ 建立与侧移相应的位移法方程.

如果是多跨刚架,所取隔离体截断了三根或三根以上的杆件,当所截杆件互相平行时可建立截面投影平衡方程,所截杆件交于一点时可建立矩平衡方程.而对于有侧移的多跨斜杆刚架,这些杆往往既不互相平行也不交于一点,所建立的截面投影平衡方程,或对某一点的矩平衡方程中要出现某杆件的轴力.下面通过结点的平衡方程将这些未知轴力用杆端剪力来表示,仍然使所建立的位移法基本方程中只含有杆端剪力和杆端弯矩(它们都可通过转角位移方程由结点位移来表示).

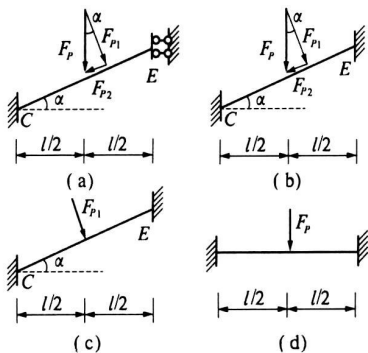


图3 集中荷载的固端弯矩

Fig. 3 Fixed-end moment at single force

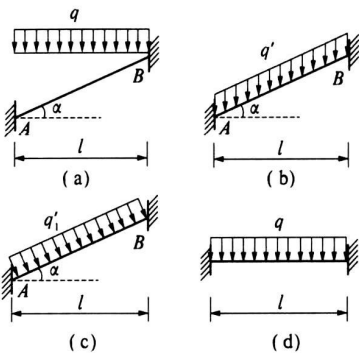


图4 均布荷载的固端弯矩

Fig. 4 Fixed-end moment at even load

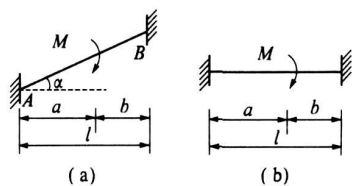


图5 集中力偶的固端弯矩

Fig. 5 Fixed-end moment at single couple

4.1 建立投影平衡方程

如图 7(a)所示刚架位移法基本未知量为 $\theta_B, \theta_C, \theta_E$ 和 C 点水平侧移 Δ . 要建立与侧移相应的位移法方程,可取图 7(c)所示部分为隔离体,建立水平投影平衡方程,其中含有未知轴力 F_{NBA} ,将 B 点各杆端剪力沿两杆轴向分解如图 7(b)所示,该点可建立两个平衡方程 $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$,由 $\sum F_y = 0$ 得

$$F_{NBA} = F_{QBA} \cot \alpha - F_{QBC} / \sin \alpha. \tag{1}$$

对图 7(c)所示隔离体,建立水平投影平衡方程,并考虑到式(1)得

$$\frac{F_{QBA}}{\sin \alpha} - F_{QBC} \cot \alpha + F_{QEF} + F_{QCD} - F_P = 0. \tag{2}$$

由转角位移方程求出杆端剪力代入(2)式,设各杆线刚度 i 相同,得到与侧移相应的位移法方程为

$$6i(1 + \frac{c}{b})\theta_B + 6i(1 + \frac{c}{b})\theta_C + 6i\theta_E - 12i(3 + \frac{c^2}{b^2})\frac{\Delta}{h} + F_P h = 0. \tag{3}$$

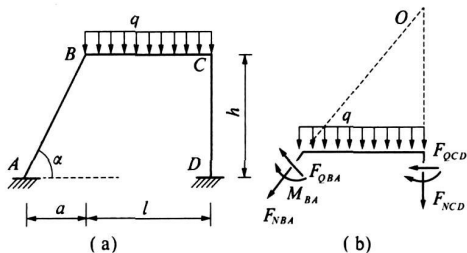


图6 单跨斜杆刚架

Fig. 6 Single-span diagonal brace frame

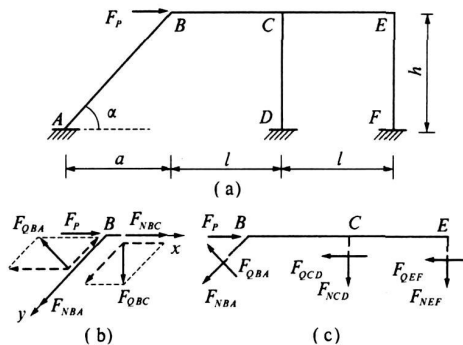


图7 建立投影平衡方程

Fig. 7 Establish projection equilibrium equations

4.2 建立矩平衡方程

由 E 点(图 8(b))平衡条件得到: $F_{NEF} = F_{QEC}$ (如果 E 点两杆不垂直,类似于图 7(b)将杆端剪力沿两杆轴向分解,然后求出 F_{NEF}).取图 8(a)所示隔离体,对 O 点建立矩平衡方程得

$$F_{QBA} b / \sin \alpha + F_{QCD} b + F_{QEF} b - F_P b + F_{NEF} l - M_{BA} - M_{CD} - M_{EF} = 0. \tag{4}$$

整理后得到与(3)式相同的方程.

4.3 建立虚功方程

考虑到对一个平衡力系虚设位移状态由此建立的虚功方程实质上是平衡方程,所以与侧移相应的位移法方程(实质上是平衡方程)也可通过虚功方程来建立^[3,7].

解除转动约束得到一个机构,画出受力图及机构的刚体虚位移图,如图9(a)、(b)所示.取C点虚位移为 δ ,则各杆转角为

$$\beta_1 = \frac{\delta}{h}, \beta_2 = \frac{\delta_1}{l} = \frac{\delta}{l} \cot \alpha, \beta_3 = \frac{\delta_2}{h/\sin \alpha} = \frac{\delta/\sin \alpha}{h/\sin \alpha} = \frac{\delta}{h}. \quad (5)$$

建立虚功方程

$$F_P \delta + (M_{AB} + M_{BA}) \beta_3 - (M_{BC} + M_{CB}) \beta_2 + (M_{DC} + M_{CD} + M_{EF} + M_{FE}) \beta_1 = 0. \quad (6)$$

将转角位移方程表示的杆端弯矩和式(5)代入(6)式,整理后得到与(3)式相同的方程.

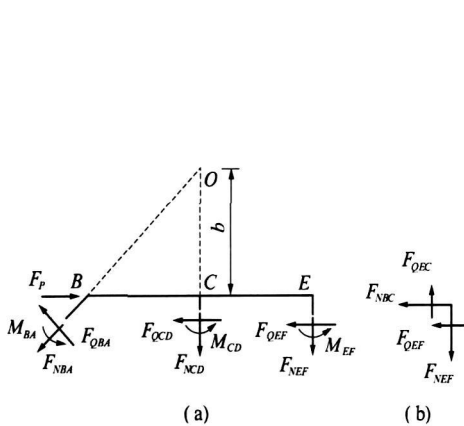


图8 建立矩平衡方程

Fig. 8 Establish moment equilibrium equations

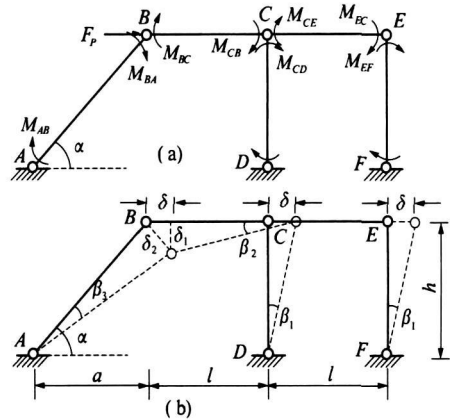


图9 机构受力和虚位移

Fig. 9 Force and virtual displacement of the mechanism

5 结论

1)解决了换铰法确定独立结点线位移时存在的问题,导出了“结构独立结点线位移的数目等于相应的铰结体系的自由度减去剪力静定杆件的数目”.概念清晰,也便于处理.

2)运用运动学相对运动的概念,不求杆件的侧移,直接确定杆件的弦转角.杆件弦转角等于杆件绕其瞬心的转角.对于斜杆,这种方法非常简便.

3)将荷载进行等效变换,经过简单的概念分析,导出斜梁与相应的水平梁的固端弯矩相同.

4)对于多跨有侧移斜杆刚架与侧移相应的位移法方程,可以通过建立隔离体的投影平衡方程或矩平衡方程得到,对于方程中出现的柱子的轴力可根据结点平衡条件用杆端剪力来表示,也可由刚体虚功方程建立与侧移相应的位移法方程.

参考文献:

[1] 龙驭球,包世华. 结构力学教程[M].北京:高等教育出版社,2000:393-417.
 [2] 曾宪桃,樊友景.结构力学[M].郑州:郑州大学出版社,2008:234-260.
 [3] 李会知,刘敏珊,陈淮.一次超静定梁的弹塑性全过程分析[J].郑州大学学报:工学版,2006,27(2):40-44.
 [4] 孙晔青,雷金波.试论支座处的线位移对结点线位移数的影响[J].力学与实践,2005,27(4):74-76.
 [5] 孙晔青.关于有侧移斜梁的计算研究[J].力学与实践,2007,29(2):61-63.
 [6] 金建洲,樊大为.基于柔度法的两端固定梁加载全过程分析[J].郑州大学学报:理学版,2009,41(3):98-102.
 [7] 樊友景,杨守波,李大望.关于静不定轴力的讨论[J].力学与实践,2010,32(2):132-135.

Displacement Method Analysis of Diagonal Brace Frame with Sliding Displacements

FAN You-jing¹, LIU Jin-rui²

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China;

2. Architectural Engineering Quality Surveillance Station, Qingfeng County, Qingfeng 457300, China)

Abstract: The displacement method is applied to rigid frames attached oblique rods with sliding displacements. A simple calculation for translation displacement of independent joint is provided. A simple method for calculating slope-deflection is determined based on the concept of relative movement. The fixed-end moment of a oblique beam is same as that of a relevant horizontal beam by load equivalent transformation. Displacement equations of multi-span rigid frames attached oblique rods with sliding displacements are deduced using equilibrium conditions and virtual work equations.

Key words: diagonal brace frame; chord turn; fixed-end moment; equation of virtual work

(上接第74页)

Conductance Studies on the Behavior of Micellization for Cetyltrimethyl Ammonium Bromide in Aqueous Dipeptide Solutions

LU Yan-qi^{1,2}, WANG Xiao-lan¹, YAN Zhen-ning¹, LI Yu¹, TAO Yan¹, DAN Jun-ying¹

(1. Department of Chemistry, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China;

2. Department of Pharmaceutical Sciences, Zhengzhou Railway Profession Technology College, Zhengzhou 450052, China)

Abstract: The electrical conductivity of the cetyltrimethyl ammonium bromide (CTAB) + dipeptide + water ternary systems is measured at different temperatures. The values of critical micellar concentration (c_{cm}), and the thermodynamic function of micellization are obtained. The results show that the c_{cm} values in aqueous dipeptide solutions are influenced by the temperature and the concentration of dipeptide. The surface activity of CTAB is enhanced by dipeptide, as a result the value of c_{cm} decreases. The free energy of micellization is negative in the presence of dipeptides, which indicates that micelle formation is a thermodynamically favorable process. Since the contribution of ΔH_m^o to ΔG_m^o is smaller than that of $(-T\Delta S_m^o)$ to ΔG_m^o , the micellization process is an entropy-driven process, and an enthalpy-entropy compensation effect is found in the micellization process.

Key words: conductance; cetyltrimethyl ammonium bromide; dipeptide-water mixed solvent; critical micellar concentration; thermodynamic function of micellization