第 48 卷第 4 期
2016 年 12 月
郑 州 大 学 学 报(理 学 版)
J. Zhengzhou Univ. (Nat. Sci. Ed.)
Vol. 48 No. 4
Dec. 2016

推广的潜在索赔风险模型的破产概率

郭　航，　金燕生，　张　衡

（燕山大学 理学院　河北 秦皇岛 066004）

摘要：改进了一类潜在索赔风险模型,把保费由固定变为取多个值的随机变量,将索赔额序列由独立推广到广义负相依,在假设索赔额分布为 $L\cap D$ 族情况下,得到了有限时间破产概率的一个渐近等价式.

关键词：重尾分布；破产概率；广义负相依；潜在索赔

中图分类号：O2116　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1671-6841(2016)04-0015-05

DOI：10.13705/j.issn.1671-6841.2016623

0　引言

有关重尾分布下的保险风险理论研究越来越成为精算学中的热点. 大量保险实务表明,保险公司的破产往往不是由小额索赔,而是由如海啸、地震、火灾、经济危机等突发巨灾理赔造成的. 这些极端事件的共同特点就是索赔额具有重尾分布,因此索赔额是重尾的假设可以恰当刻画巨灾风险模型,事实上,如果保险实务中发现占总索赔次数 20% 的索赔额之和达到总索赔额的 80%,就可以认为索赔额分布是重尾的[1-5]. 潜在索赔风险模型最早在文献[6]中提出,并且研究了索赔额独立同分布且属于 ERV 族时损失过程的精细大偏差. 模型中$\{T_i,i=1,2,\cdots\}$是独立同分布的随机变量,代表保单到达时间间隔,则 $S_k=\sum\limits_{i=1}^{k}T_i$ 为第 k 次保单到达时刻,时间 t 内的保单个数构成更新计数过程, $N(t)=\sup\{n\geqslant 1: S_n\leqslant t\}$, $\{X_k,k=1,2,\cdots\}$为独立同分布的重尾随机变量,代表第 k 个投保人的潜在索赔额. 对于每一个 $k\geqslant 1$,伯努利分布 I_k 代表潜在索赔是否发生, $I_k=0$代表第 k 份保单未发生索赔,$I_k=1$ 代表发生索赔,设 $P(I_k=1)=\theta_k$,$P(I_k=0)=1-\theta_k$, 每张保单保费为定值 $\mu(1+\rho)$,μ 为索赔额均值,常数 ρ 为安全负债系数,那么第 k 份保单,保险公司的收入为 $\mu(1+\rho)-I_kX_k$,那么到时刻 t 总收入为 $S(t)=\sum\limits_{k=1}^{N(t)}(\mu(1+\rho)-I_kX_k)$,$t\geqslant 0$. 设保险公司初始资本为 u,则风险模型的盈余过程为

$$U(t)=u+\sum_{k=1}^{N(t)}\mu(1+\rho)-\sum_{k=1}^{N(t)}I_kX_k,t\geqslant 0. \tag{1}$$

针对模型(1),文献[7]研究了索赔额为 D 族且负相关下的精细大偏差,文献[8]研究了索赔额为 ERV 族,$\{N(t),t\geqslant 0\}$为复合二项过程的精细大偏差和有限时间破产概率,文献[9]研究了更新计数过程索赔额负相依下的破产渐近表达式,文献[10]将[9]中的索赔额推广到 S 族,但索赔额分布重新变为独立的.

本文在模型(1)的基础上做两方面的推广:将固定的保费推广为取有限个值的离散随机变量,此外,再将索赔额 X_k 推广到广义负相依[11-12],将在$\{N(t),t\geqslant 0\}$为一般更新计数过程,保费可以取多个不同值,索赔额为 $L\cap D$ 族,且广义负相依下给出该模型破产概率的渐近等价式,约定 $A(\cdot)\sim B(\cdot)$表示 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{A(\cdot)}{B(\cdot)}=1$,如无特殊说明,文中分布族的支撑都在$[0,\infty)$上[13].

收稿日期:2016-05-28

作者简介:郭航(1992—),男,河北邢台人,硕士研究生,主要从事保险精算研究,E-mail:singdax@sina.com;通讯作者:金燕生(1960—),男,黑龙江齐齐哈尔人,副教授,主要从事保险精算研究,E-mail:jys1960@ysu.edu.cn.

引用本文:郭航,金燕生,张衡. 推广的潜在索赔风险模型的破产概率[J]. 郑州大学学报(理学版),2016,48(4):15-19.

1 模型和引理

定义1 分布 V 是次指数的,记作 $V\in S$,如果对所有的 $n\geqslant 2$,有$\lim\limits_{x\to\infty}\overline{V}^{n*}(x)/\overline{V}(x)=n$,分布族 V 是长尾的,记作 $V\in L$,如果对任意的 y 有$\lim\limits_{x\to\infty}\overline{V}(x+y)/\overline{V}(x)=1$, 分布族 V 是控制变换尾的,记作 $V\in D$,如果对任意的 $0<y<1$,有 $\limsup\limits_{x\to\infty}\overline{V}(xy)/\overline{V}(x)<\infty$,由定义可知,以上分布族有下述真包含关系,$L\cap D\in S\in L$.

定义2 称随机变量 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n$ 是下广义负相依的,若存在 $M>0$,使得对所有 $x_i,i=1,2,\cdots,n$ 有

$$P(\bigcap_{i=1}^{n}\{\xi_i\leqslant x_i\})\leqslant M\prod_{i=1}^{n}P(\xi_i\leqslant x_i),\tag{2}$$

称随机变量 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n$ 是上广义负相依的,若存在 $M>0$ 使得对所有的 $x_i,i=1,2,\cdots,n$ 有

$$P(\bigcap_{i=1}^{n}\{\xi_i>x_i\})\leqslant M\prod_{i=1}^{n}P(\xi_i>x_i),\tag{3}$$

称随机变量 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n$ 是广义负相依的,若同时满足式(2)和(3),若 $M=1$,则就是负相依的定义.

有了上述定义,在模型(1)基础上,假设第 k 个投保人保费为 F_k,文献[4-8]中 $F_k\equiv\mu(1+\rho)$,将固定的保费由 $\mu(1+\rho)$ 推广到离散随机变量 L,其取有限个有界值 $0<L_1<L_2<\cdots<L_m<+\infty$, $P(F_k=L_i)=p_i$, $i=1,2,\cdots,m$,为了保证保险公司不必然破产,设定 $E[L]>\mu$,显然模型(1)是在 $m=1$ 时的特殊情况,此外再假设索赔额$\{X_k,k=1,2\cdots\}$是广义负相依的且分布属于 $L\cap D$ 族,因此新的模型就变为, $U(t)=u+\sum\limits_{k=1}^{N(t)}F_k-\sum\limits_{k=1}^{N(t)}I_kX_k,t\geqslant 0$, 定义 T 时刻的破产概率为 $\Psi(u;T)=P\{\inf\limits_{0\leqslant t\leqslant T}U(t)<0U(0)=u\}$,$T\geqslant 0$.

对于新模型有如下说明:(A_1) $\{F_k:k\geqslant 1\}$,$\{I_k:k\geqslant 1\}$,$\{X_k:k\geqslant 1\}$,$\{N(t):t\geqslant 0\}$之间是相互独立的,(A_2) $\{I_k:k\geqslant 1\}$之间是相互独立的,存在 $0<\theta<+\infty$使得$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\theta_k=\theta$ 成立,(A_3) $\{N(t):t\geqslant 0\}$具有有限的均值函数 $m(t)=E[N(t)]$.

引理1 设$\{X_k:K\geqslant 1\}$是广义负相依的,分布函数为 $\overline{V}\in L\cap D$,I_kX_k 的分布函数为 V_1,$I_kX_K-F_k$ 的分布函数为 V_2,则$\{I_kX_k-L_m:K\geqslant 1\}$是广义负相依的,并且 $\overline{V}_2\in L\cap D$.

证明 对$\forall n\geqslant 2,x_k\geqslant -L_m,a_k=0$ 或 $1,k=1,2,\cdots,n$,可得 $P(I_1X_1-L_m\leqslant x_1,\cdots,I_nX_n-L_m\leqslant x_n)=P(a_1X_1\leqslant x_1+L_m,\cdots,a_nX_n\leqslant x_n+L_m)\cdot P(I_1=a_1),\cdots,P(I_n=a_n)\leqslant MP(a_1X_1\leqslant x_1+L_m),\cdots,P(a_nX_n\leqslant x_n+L_m),P(I_1=a_1),\cdots,P(I_n=a_n)=MP(I_1X_1\leqslant x_1+L_m),\cdots,P(I_nX_n\leqslant x_n+L_m)$,同理可得 $P(I_1X_1-L_m\geqslant x_1,\cdots,I_nX_n-L_m\geqslant x_n)\leqslant MP(I_1X_1\geqslant x_1+L_m),\cdots,P(I_nX_n\geqslant x_n+L_m)$,所以$\{I_kX_k-L_m:K\geqslant 1\}$是广义负相依的. 已知 I_k 为伯努利分布,显然$\overline{V}_1\in L\cap D$,$F_k$ 取值为随机变量 L,且 $F_{k\max}=L_m$,因$\overline{V}_1(x)=1-P(IX\leqslant x)$,$\overline{V}_2(x)=1-P(IX\leqslant x-L)$,$\overline{V}_1(x-L_m)=1-P(IX\leqslant x-L_m)$,其中随机变量 L 取有限个正值,且最大取到 L_m,因此$\overline{V}_1(x)\leqslant\overline{V}_2(x)\leqslant\overline{V}_1(x-L_m)$. 下面先证 $\overline{V}_2\in L$, $1=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\overline{V}_1(x+y)}{\overline{V}_1(x)}\cdot\frac{\overline{V}_1(x-L_m+L_m)}{\overline{V}_1(x-L_m)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\overline{V}_1(x+y)}{\overline{V}_1(x-L_m)}\leqslant\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\overline{V}_2(x+y)}{\overline{V}_2(x)}\leqslant\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\overline{V}_1(x-L_m+y)}{\overline{V}_1(x)}=1$,因此,由 L 族定义可得$\overline{V}_2\in L$,以下证$\overline{V}_2\in D$,$\limsup\limits_{x\to\infty}\frac{\overline{V}_2(xy)}{\overline{V}_2(x)}\leqslant\limsup\limits_{x\to\infty}\frac{\overline{V}_1((x-L_m)\cdot y)}{\overline{V}_1(x)}=\limsup\limits_{x\to\infty}\frac{\overline{V}_1((x-L_m)\cdot y)}{\overline{V}_1(x-L_m)}\cdot\frac{\overline{V}_1(x-L_m)}{\overline{V}_1(x)}=\limsup\limits_{x\to\infty}\frac{\overline{V}_1((x-L_m)\cdot y)}{\overline{V}_1(x-L_m)}<\infty$,故$\overline{V}_2\in D$,因此$\overline{V}_2\in L\cap D$,证毕.

引理2 对于任意的正整数 n,在引理1条件下有

$$P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>x)\sim\sum_{k=1}^{n}P(I_kX_k>x).\tag{4}$$

证明 当 $n=1$ 时(4)式显然成立,以下证 $n\geqslant 2$ 时成立. 取 $1\leqslant i\neq j\leqslant n$,又由引理1得 $\{I_kX_k:K\geqslant 1\}$ 是广义负相依的,故 $P(I_iX_i>x,I_jX_j>x)\leqslant MP(I_iX_i>x)P(I_jX_j>x)=o(P(I_1X_1>x))$. 因此

$$P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>x)\geqslant P(\bigcup_{k=1}^{n}(I_kX_k>x))\geqslant\sum_{k=1}^{n}P(I_kX_k>x)-\sum_{1\leqslant i\neq j\leqslant n}P(I_iX_i>x,I_jX_j>x)\sim\sum_{k=1}^{n}P(I_kX_k>x).\tag{5}$$

任取 $K>0$,有 $P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>x)\leqslant P(\bigcup_{k=1}^{n}(I_kX_k>x-K))+P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>x,\bigcap_{k=1}^{n}(I_kX_k\leqslant x-K))=\Delta_1+\Delta_2$. 由 $\overline{V}_1\in L\cap D$ 得

$$\Delta_1\leqslant\sum_{k=1}^{n}P(I_kX_k>x-K)\sim\sum_{k=1}^{n}P(I_kX_k>x).\tag{6}$$

又有 $\Delta_2=P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>x,\bigcap_{k=1}^{n}(I_kX_k\leqslant x-K))=P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>x,$

$$\frac{x}{n}<\max_{1\leqslant k\leqslant n}I_kX_k\leqslant x-K)\leqslant\sum_{k=1}^{n}P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k-I_kX_k>K,I_kX_k>\frac{x}{n})\leqslant$$

$$\sum_{k=1}^{n}\sum_{1\leqslant d\leqslant n,d\neq k}P(I_dX_d>\frac{K}{n-1},I_kX_k>\frac{x}{n})\leqslant\sum_{k\neq d,k\leqslant n,d\leqslant n}M\theta_k\theta_dP(X_d>\frac{K}{n-1})P(X_1>\frac{x}{n}),\tag{7}$$

又 X_k 的分布属于 $L\cap D$ 族,由 D 族定义可得 $\exists x_0>0$,当 $x>x_0$ 时,存在常数 c_0 有,

$$P(X_1>x/n)\leqslant c_0P(X_1>x).\tag{8}$$

因此结合(7)和(8)式有 $\lim\limits_{K\to\infty}\lim\limits_{x\to\infty}\sup\dfrac{\Delta_2}{\sum_{k=1}^{n}P(I_kX_K>x)}=0$. 再结合(6)和(9)式可得

$$P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>x)\leqslant\Delta_1+\Delta_2\sim P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>x).\tag{9}$$

由(9)和(5)式可得(4)式成立,证毕.

2 主要成果

定理1 对于所建模型(2),在索赔额分布族为 $L\cap D$ 族下,T 时刻的破产概率在 $u\to\infty$ 时,有等价式 $\Psi(u;T)\sim\theta\overline{F}(u)E[N(T)]$.

证明 对于模型(2),$U(t)=u+\sum_{k=1}^{N(t)}F_k-\sum_{k=1}^{N(t)}I_kX_k,t\geqslant 0,t\in(0,T]$ 时,不等式 $u-\sum_{k=1}^{N(T)}I_kX_k\leqslant U(t)\leqslant u+\sum_{k=1}^{N(t)}F_k-\sum_{k=1}^{N(T)}I_kX_k\leqslant u+\sum_{k=1}^{N(t)}L_m-\sum_{k=1}^{N(T)}I_kX_k$ 成立,由 $\Psi(u;T)$ 的定义可得 $\Psi(u;T)\geqslant P(\sum_{k=1}^{N(t)}I_kX_k>u+\sum_{k=1}^{N(T)}F_k$, 对某个 $0\leqslant t\leqslant T)\geqslant P(\sum_{k=1}^{N(T)}I_kX_k>u+\sum_{k=1}^{N(T)}L_m)$. 同理有 $\Psi(u;T)\leqslant P(\sum_{k=1}^{N(T)}I_kX_k>u)$,即

$$P(\sum_{k=1}^{N(T)}I_kX_k>u+\sum_{k=1}^{N(T)}L_m)\leqslant\Psi(u;T)\leqslant P(\sum_{k=1}^{N(T)}I_kX_k>u).\tag{10}$$

考察(10)式第二个不等号,对于任意的正整数 $B,t\in(0,T]$ 有

$$P(\sum_{k=1}^{N(T)}I_kX_k>u)=(\sum_{n=1}^{B}+\sum_{n=B+1}^{\infty})P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>u,N(T)=n)=I_1(u,t,B)+I_2(u,t,B),\tag{11}$$

对于 $I_2(u,t,B)$,由条件 (A_2) 及 X_k 为 $L\cap D$ 族,由文献[4]中的思想可知,存在正的常数 p,h,C,H,当 $u\geqslant H$ 时,有

$$I_2(u,t,B)=\sum_{B<n\leqslant u/H}P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>u)P(N(T)=n)+\sum_{n>u/H}P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>u)P(N(T)=n)\leqslant$$

$$\sum_{B<n\leqslant u/H}\sum_{k=1}^{n}P(I_kX_k>u/n)P(N(T)=n)+P(N(T)>u/H)\leqslant\sum_{B<n\leqslant u/H}\theta_kC\overline{F}(u)n^pP(N(T)=n)+$$

$$P(N(T)>u/H)\leqslant\theta C\overline{F}(u)\ E[^{N}(T)]\ p+1I_{(B<(N(T)\leqslant u/H))}+\mathrm{e}^{-hu/H}E[\mathrm{e}^{hN(T)}],$$

由 $N(T)$ 具有有限均值,根据文献[14]知,存在 $h>0$,对任意的 $T\geqslant 0$ 都有 $E[\mathrm{e}^{hN(T)}]<\infty$,又为 $B<n\leqslant u/H$,所

以当 $B\to\infty$时, $u/H\to\infty$,因此 $e^{-hu/H}\to 0$,故 $e^{-hu/H}E[e^{hN(T)}]\to 0$,因此

$$I_2(u,t,B)=o(\theta\bar{F}(u)E[N(T)]). \tag{12}$$

对于 $I_1(u,t,B)$,构造

$$I_1(u,t,B)=(\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}-\sum_{n=B+1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n})P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>u,N(T)=n)=I_{11}(u,t,B)-I_{12}(u,t,B), \tag{13}$$

又由引理2可得 $\sum_{n=1}^{B}P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>u,N(T)=n)\sim\sum_{n=1}^{B}\sum_{k=1}^{n}P(I_kX_K>u,N(T)=n)$, 所以

$$I_{11}(u,t,B)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>u)P(N(T)=n)\sim\bar{F}(u)\theta\sum_{n=1}^{\infty}nP(N(T)=n)=\bar{F}(u)\theta E[N(T)], \tag{14}$$

$$I_{12}(u,t,B)=\sum_{n=B+1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}P(\sum_{k=1}^{n}I_kX_k>u)P(N(T)=n)\sim\bar{F}(u)\theta\sum_{n=N+1}^{\infty}nP(N(T)=n)=\bar{F}(u)\theta E[N(T)]I_{(N(T)>N)},$$

又对 $\forall u$ 有

$$\lim_{B\to\infty}\frac{I_{12}(u,t,B)}{\bar{F}(u)\theta E[N(T)]}=0, \tag{15}$$

综合式(13)~(15)得

$$I_1(u,t,B)\sim\bar{F}(u)\theta E[N(T)]. \tag{16}$$

又由(11)~(12)式及(7)式可得

$$P(\sum_{k=1}^{N(T)}I_kX_k>u)\sim\bar{F}(u)\theta E[N(T)]. \tag{17}$$

考察(10)式第一个不等号,可知若能再证 $P(\sum_{k=1}^{N(T)}I_kX_k>u+\sum_{k=1}^{N(T)}L_m)\sim\bar{F}(u)\theta E[N(T)]$, 则定理得证. 可知, $P(\sum_{k=1}^{N(T)}I_kX_k>u+\sum_{k=1}^{N(T)}L_m)=P(\sum_{k=1}^{N(T)}(I_kX_k-L_m)>u)$.

由引理1知, $\{I_kX_k-L_m:K\geqslant 1\}$ 是END的且分布族支撑在 $[-L_m,+\infty)$ 属于 $L\cap D$ 族,故与(17)式的证明过程相同, 可得 $P(\sum_{k=1}^{N(T)}(I_kX_k-L_m)>u)\sim\theta\bar{F}(u+L_m)E[N(t)]$. 又由 L 族定义可得 $\lim_{u\to\infty}\frac{P(\sum_{k=1}^{N(T)}(I_kX_k-L_m)>u)}{P(\sum_{k=1}^{N(T)}I_kX_k>u)}=\lim_{u\to\infty}\frac{\theta\bar{F}(u+L_m)E[N(t)]}{\theta\bar{F}(u)E[N(t)]}=1$, 证毕.

3　结论

本文推广了一类基于潜在索赔的风险模型,相比模型(1),其更符合保险公司实际经营状况,在索赔分布族为 $L\cap D$ 族情况下,得到了一个有限时间破产概率的渐近等价式,该等价式可以在一定程度上评估保险公司的风险情况,对保险公司的风险控制有一定的借鉴意义.

参考文献:

[1] EMBRECHTS P, KIÜPPELBERG C, MIKOSCH T. Modelling extremal events for insurance and finance [M]. Berlin: Springer,1997.
[2] 刘超,王永茂,颜玲,等.带干扰的多险种二项风险模型的破产概率[J].郑州大学学报(理学版),2012,44(1):51-54.
[3] 王汉芹,金燕生,刘媛媛.险种间的相关性对调节系数的影响[J].郑州大学学报(理学版),2013,45(3):24-27.
[4] TANG Q. Asymptotic ruin probabilities of the renewal model with constant interest force and regular variation[J]. Asia-paciffc microanalysis association,1994,1(1):1-5.
[5] YANG Y, LIN J G, GAO Q W. Asymptotics for the in nite-time absolute ruin probabilities in time-dependent renewal risk models[J]. Scientia sinica, 2013, 43(2): 173-184.

[6] KAI W,TANG Q, YANG J,et al. Precise large deviations for the prospective-loss process[J]. Journal of applied probability, 2003, 40(2):391 –400.

[7] WANG Y B,WANG Y. Precise large deviations for sums of negative associated random variables with common dominatedly varying tails[J]. Acta mathematica sinica:English series,2006,22(6):1725 – 1734.

[8] 马学敏,胡亦钧. 复合二项过程风险模型的精细大偏差及有限时间破产概率[J]. 数学学报,2008,51(6):1119 –1130.

[9] 肖鸿民,刘建霞. 带负相依重尾潜在索赔额的风险模型的有限时间破产概[J]. 山东大学学报(理学版),2011,46(9):117 –121.

[10] 肖鸿民,赵婕,宋国龙. 具有潜在索赔的风险模型在重尾赔付下的极限性质[J]. 西北师范大学学报(自然科学版),2015,51(2):9 –11.

[11] LI L. Precise large deviations for dependent random variables with heavy tails[J]. Statistics probability letters, 2009,79(9):1290 –1298.

[12] CHEN Y. The strong law of large numbers for extended negatively dependent random variables[J]. Journal of applied probability, 2010,47(4):908 –922.

[13] 杨洋,冯翠莲,张燕. 基于相依风险模型破产概率的渐近估计及其实证分析[J]. 数理统计与管理,2013,32(1):28 –34.

[14] HAO X,TANG Q. A uniform asymptotic estimate for discounted aggregate claims with subexponential tails[J]. Insurance mathematics and economic, 2008,43(1):116 –120.

Ruin Probability for an Extended Prospective-claim Risk Model

GUO Hang　JIN Yansheng　ZHANG Heng

(*College of Science*,*Yanshan University*,*Qinhuangdao* 066004,*China*)

Abstract: An improved potential claim risk model was proposed, in which the fixed premium was replaced by a random variable with multiple values and the claim sequence's independence was replaced by extended negatively dependence. Under the claim amount distribution belongs to class $L\cap D$, an asymptotical expression of the finite-time ruin probability was derived.

Key words: heavy-tailed distribution; ruin probability; extended negatively dependence; prospective-claim

(责任编辑:方惠敏)

(上接第 14 页)

Periodic Solutions of p-Laplacian-like Operators with Singularities

QIN Weiliang,　XU Dandan

(*Department of Mathematics and Statistics*,*Nanjing University of Information Science & Technology*,*Nanjing* 210044,*China*)

Abstract:The degree theorem was used to explore an existence result of periodic solution for the Liénard equations and Rayeigh equations with singular forces of attractive and repulsive type. The main result showed that the scalar of these two kinds equations with singular forces had at least one positive periodic solution.

Key words: Liénard equation; Rayeigh equation; singularity; periodic solution

(责任编辑:方惠敏)